

الواجب المنزلي 04

قراءات مفيدة قبل حل الواجب

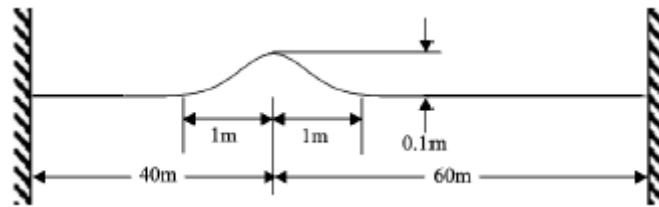
كتاب "فرنش": الصفحات 135-152، 201-230، 238-243، 253-264 كتاب "باكفي & باريت":
الصفحات 117-139

السؤال 4-1: نبضة مرتحلة

قم بحل المسألة 7-12 من كتاب "فرنش"

A. P. *Vibrations and Waves*. New York, N.Y.: W. W. Norton and Company,
January 1, 1971. ISBN: 0393099369

يوضح الشكل نبضة على سلك طوله 100 متر، مثبت من النهايتين، ترتحل النبضة نحو اليمين بدون أي
تغير في الشكل بسرعة 40 متر/ثانية.



أ- ارسم مخططاً واضحاً يبين تغير السرعة الاتجاهية العرضية مع المسافة على طول السلك عندما
تكون النبضة في موقع معين.

ب- ما هي القيمة الأعظمية للسرعة الاتجاهية العرضية للسلك (تقريباً)؟

ت- إذا كانت الكتلة الكلية للسلك 2 كغ، ما هي قوة الشد T فيه؟

ث- اكتب المعادلة من أجل $y(x,t)$ التي توصف رقمياً الأمواج الجيبية، حيث طول الموجة 5 م،
والسعة 0.2 متر، وترتحل في الاتجاه السالب للمحور x على سلك طويل جداً مصنوع من نفس المادة
ومطبق عليه نفس قوة الشد كما في الأعلى.

السؤال 4-2: نبضة مرتحلة

قم بحل المسألة 7 - 13 من كتاب "فرنش"

A. P. *Vibrations and Waves*. New York, N.Y.: W. W. Norton and Company,
January 1, 1971. ISBN: 0393099369

تُوصف نبضة مرتحلة على طول سلك مشدود بالمعادلة التالية:

$$y(x, t) = \frac{b^3}{b^2 + (2x - ut)^2}$$

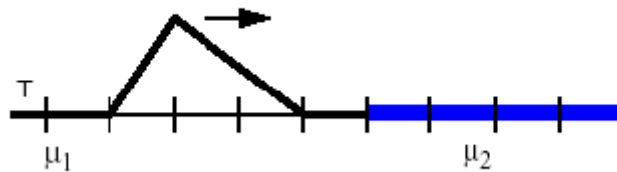
- أ- ارسم رسماً بيانياً لـ y مقابل x من أجل $t=0$.
ب- ما هي سرعة النبضة واتجاه ارتحالها؟
ت- تُعرّف السرعة الاتجاهية العرضية لنقطة معطاة من السلك كما يلي:

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t}$$

احسب v_y كدالة بالنسبة لـ x من أجل اللحظة $t=0$ ، وأظهر من خلال الرسم حركة النبضة خلال وقت قصير Δt .

السؤال 4-3: انعكاس نبضة عند حدّ (سطح).

سلكان، الكتلة في واحد الطول هي $\mu_1 = 0.1$ كغم/متر و $\mu_2 = 0.3$ كغم/متر على التوالي، متصلان بسلاسة. قوة الشد المطبقة عليهما $T = 20$ نيوتن. يوضح الشكل حركة موجة مرتحلة مثلثية الشكل نحو اليمين على طول السلك الأخرى. تعبّر التدرجات في الشكل عن عرض النبضة.



- أ- أوجد معاملات الانعكاس والنفاذية عند نقطة الاتصال (بما في ذلك الإشارات).
- ب- ارسم شكلاً دقيقاً للتشوه (التغير) الكلي للسلك عندما تصل ذروة النبضة الواردة تماماً إلى نقطة الاتصال، علّل كيف وصلت لإجابتك من خلال الشكل.
- ت- ارسم شكلاً دقيقاً للتشوه الكلي للسلك عندما تبتعد كل من النبضة المنعكسة والنافذة عن نقطة الاتصال.
- ث- ما هو المعنى غير الفيزيائي لشكل هذه النبضة (كن كمياً)؟

السؤال 4-4: شروط حدية على سلك

سلك طويل جداً، كثافته الكتلية μ وقوة الشد T ، متصل بحلقة صغيرة مهملة الكتلة، تنزلق الحلقة على قضيب شاقولي (مدهون بالشحم). وتخضع لقوة شاقولية $F_y = -b \frac{\partial y}{\partial t}$ عند حركتها.



- أ- قم بتطبيق قانون "نيوتن" على الحلقة لإيجاد الشرط الحدي عند نهاية السلك. عبر عن نتائجك بدلالة المشتقات الجزئية لـ $y(x,t)$ عند موضع القضيب.
- ب- وضّح أن الشرط الحدي متوافق مع نبضة واردة $f(x-vt)$ ونبضة منعكسة $g(x+vt)$. أوجد g بدلالة f .
- ت- وضّح أنّ نتائجك صحيحة عند الحالات الحدية $b \rightarrow 0$ (يمكن للسلك الانزلاق بحرية) و $b \rightarrow \infty$ (السلك مثبت بإحكام).

السؤال 4-5: شروط حدية في أنبوب

توصّف اهتزازات الضغط في أنبوب مجوّف طوله L بمعادلة الموجة:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\rho_0}{\kappa} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

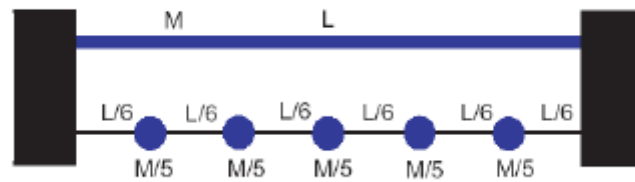
حيث p هو الضغط المفرط (فوق 1 جو ضغط خارجي)، ρ_0 هي كثافة الغاز في الأنبوب، k معامل الحجم، و z الاتجاه الطولي على طول الأنبوب. لنفترض أن الحل بالصيغة التالية:

$$p(z, t) = [A \cos kz + B \sin kz] \cos \omega t$$

أوجد قيمة جميع المجاهيل (A و B و k و ω) عندما يكون الأنبوب مفتوحاً من الجانبين و
 $p(z = L/2, t = 0) = p_0$.

السؤال 4-6: مقارنة الأوضاع الطبيعية في الأنظمة المستمرة والمتقطعة

لدينا في الشكل التالي، سلك متجانس طوله L والكتلة الكلية M وقوة الشد T . يتموضع على سلك آخر عديم الكتلة 5 كتل صغيرة، كل منها $M/5$ ويفصل فيما بينها مسافات متساوية، قوة الشد على السلك T والطول الكلي للسلك L .



أ- استخدم الشروط الحدية لاستنتاج تعبير عام لترددات الأوضاع الطبيعية لاهتزاز السلك. أوجد الترددات بدلالة n ، T ، L و M .

ب- اكتب الترددات لأدنى خمسة أوضاع طبيعية للاهتزازات العرضية للسلك.

ت- قارن القيم العددية لترددات هذا الوضع الطبيعي مع ترددات الوضع الطبيعي للكتل الخمسة الصغيرة على السلك عديم الكتلة.

تلميح: لا يجب عليك إيجاد الحل لترددات الكتل الصغيرة، يمكنك استخدام المعادلات من كتاب "فرنش" رقم 5-25 و 5-26.

ث- ارسم الأوضاع الطبيعية الصغرى الخمسة التي وجدتها للسلك متجانس الكتلة، وارسم أيضاً

ج- في جملة أو جملتين، ناقش الفروق (إن وجدت) بين الأوضاع الطبيعية للنظامين هنا.

